<u>Calculs d'incertitudes</u>

- Les cours des sciences sont basés sur l'exposition des théories ou des hypothèses en classe et ensuite par une confirmation expérimentale par des observations, des mesures et des déductions. Une partie du travail d'un scientiste consiste à comparer des prédictions théoriques avec des mesures. En plus, il ne suffit pas seulement de savoir manipuler des instruments de mesure, il faut aussi avant tout être précis et pouvoir indiquer dans quelles limites on peut se fier à ses mesures.

La mesure des données quantitatives:

- La mesure d'une quantité consiste à déterminer combien de fois une grandeur contient un étalon de référence de mesure. Par exemple, on mesure une longueur avec une règle. La règle est un instrument de mesure étalonné. Une mesure est qualifiée de <u>directe</u> si elle est effectuée avec un instrument de mesure étalonné. La mesure est <u>indirecte</u>, si elle est obtenue à partir de quelques mesures directes et combinée ensuite. Par exemple, la mesure de la surface ou du volume d'une pièce.

Les chiffres significatifs:

- La précision d'une mesure dépend de la précision de l'instrument de mesure utilisé, de la méthode utilisée ainsi que de la méticulosité et l'habilité de l'expérimentateur. Elle dépend aussi des conditions dans les quelles elles à été fait. Par exemple, la température de la pièce, la pression atmosphérique, l'humidité, l'altitude etc.
- Aucune mesure n'est précise à 100%. C'est pourquoi les valeurs numériques des mesures comportent des chiffres significatifs. Les **chiffres significatifs** sont <u>les chiffres utiles qui veulent vraiment dire quelque chose et qui ont été vraiment mesurés.</u>
- Le dernier chiffre significatif du nombre est le premier chiffre incertain. Par exemple, une mesure de longueur de *3 cm* mesurée avec une règle, doit s'écrire *3,0 cm* pour bien indiquer que le *0* a été mesuré puisque la règle mesure au millimètre près.

Pour bien comprendre, voici quelques autres exemples:

1. **132 → 3 chiffres significatifs**
2. **132,0 → 4 chiffres significatifs**
3. **132,0000 → 7 chiffres significatifs**
4. **132,5400 → 7 chiffres significatifs**

Quand on écrit un nombre, tous les chiffres sont significatifs sauf <u>les zéros à gauche</u> du nombre.

Exemples:

1. **0,854 → 3 chiffres significatifs**
2. **0,0854 → 3 chiffres significatifs**
3. **0,00854 → 3 chiffres significatifs**
4. **0,0000854 → 3 chiffres significatifs**

<u>Règle des chiffres significatifs lors de l'addition et de la soustraction:</u>

- On garde autant de **décimales** que le nombre qui en a le moins.

Exemple:

16,30+0,0673+3,819 = 20,1863 → **20,19** (16,<u>30</u> comporte 2 **décimales**)
179,58-21,5-0,002307 = 158,077693 → **158,1** (21,<u>5</u> comporte 1 **décimales**)

<u>Règle des chiffres significatifs lors de la multiplication et de la division:</u>

- On garde autant de **chiffres significatifs** que le nombre qui en a le moins.
  Exemple:

4,5 + 13,6401 = 61,38045 → **61** (4,<u>5</u> comporte 2 **chiffres significatifs**)
54,869 ÷ 0,8405 = 65,28138013 → **65,28** (0,<u>8405</u> comporte 4 **chiffres significatifs**)

- Pour bien ressortir les chiffres significatifs, on utilise la notation scientifique. Par exemple, pour indiquer que 22000 contient <u>trois</u> chiffres significatifs et non 2 ou 5, on écrit selon la notation scientifique: $2{,}20\text{x}10^3$.

<u>Les Incertitudes (absolue et relative)</u>

L'incertitude absolue: est l'évaluation de l'imprécision de la mesure.

Ex.:

- Le diamètre d'un cylindre de bois est compris entre 12,17 mm et 13, 69 mm. La meilleure estimation du diamètre est située au milieu entre la valeur minimum de 12,17 mm et la valeur maximum de 13,69 mm.
- Ainsi on peut écrire, $D \pm \Delta D$ = (12,93 ± 0,76) mm**.** On note l'incertitude absolue par la lettre grecque Delta, **(Δ).**
- On opte ici maintenant pour une convention très imparfaite, mais qui simplifie les calculs. On prend comme convention d'écrire l'incertitude absolue avec un seul chiffre significatif. Ainsi, dans notre exemple D = (12,93 ± 0,8) mm. Comme l'incertitude absolue est au dixième de centimètre, on arrondit la valeur de la meilleure estimation aussi au dixième de millimètre.
- La réponse finale doit s'écrire $D \pm \Delta D$ = (12,9 ± 0,8) mm.

L'incertitude relative: est le pourcentage que représente l'incertitude absolue par rapport à la valeur mesurée. Elle se calcule par:

$$\text{L'incertitude relative} = \frac{\text{L'incertitude absolue}}{\text{La mesure}}$$

De notre exemple: $\frac{0,8}{12,9} = 0.062$

Règles pour les calculs d'incertitudes:

1. **Pour les opérations arithmétiques, addition et soustraction,** les incertitudes absolues s'additionnent.
   Ex.:

- Soit **A = B + C -D** où B = 2,76 ± 0,06 cm
  C = 12,442 ± 0,004 cm
  D = 4,3 ± 0,1 cm

m

En effectuant les opérations et en respectant les règles pour les chiffres significatifs,

A = 2,76 + 12,442 - 4,3 = 10,902cm = 10,9cm

Calcul de l'incertitude absolue:

- $\Delta A = \Delta B + \Delta C + \Delta D =$ 0,06 + 0,004 + 0,1 = 0,164 cm et en respectant les règles pour les chiffres significatifs, nous trouvons que $\Delta A = 0,2$ **cm** en arrondissant vers l'unité supérieure.
- La réponse finale doit s'écrire A ± ΔA = 10,9 ± 0,2 cm.

2. **Pour les opérations arithmétiques, multiplication et division,** les incertitudes relatives s'additionnent.

$$\frac{\Delta A}{A} = \left[\frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta D}{D}\right]$$

et on remplace comme pour le cas précèdent les valeurs tout en respectant les lois.

3. **Dans le cas des puissances,**

Z = X^{n} $$\frac{\Delta Z}{Z} = n \times \frac{\Delta X}{X}$$

4. **Dans le cas des racines,**

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{1}{n} \times \frac{\Delta X}{X} \qquad \frac{\Delta Z}{Z} = \frac{1}{n} \times \frac{\Delta X}{X}$$

Calcul d'incertitudes par la méthode des extrêmes.

$$\Delta A = \frac{A_{max} - A_{min}}{2}$$

Exercices:

- Évaluer l'incertitude absolue pour les mesures suivantes et écrire la mesure sous la forme A+ΔA
  1. 6.052 < t < 6.152
  2. 92.30 < m < 42.40
  3. 5741 < n < 6317
  4. 2.5627 < r < 2.6524
  5. 351 < t < 412

Soit w = 0.15 ± 0.01 b = 1.50 ± 0.02 p = 2.2 ± 0.1

- Évaluer les expressions suivantes avec leurs incertitudes absolues:
  a) p + 2b - 5w
  b) 35pbw
  c) 12b/w
  d) $8(wp)^2/b$
  e) (w+b)/(w+p)

Soit A = 5.2 ± 0.1 B = 10 ± 1 D = 100 ± 1

- Évaluer les expressions suivantes avec leurs incertitudes:
  a) AB^3
  b) $B^{½}$
  c) $A^{-¼}$
  d) B^{-3}
  e) $(A + B)/(AD)^{0.25}$